



- 注意事項： 1.本科目考試時間共 90 分鐘。
2.答案卷書寫題號依序作答，不必抄題。
3.答案卷不可書寫任何可辨別個人姓名或特殊標記，違反者以零分計算。
4.請於試題紙上填寫准考證號，繳卷時「試題」、「答案卷」一併繳回。

1. (a) 某公司有 A, B, C 三個科，現在擬定參加新規劃會議的條件如下：

- (1) 若 B 科不參加會議，A 科也不參加。
(2) 若 B 科參加會議，A 科和 C 科也都必須參加。

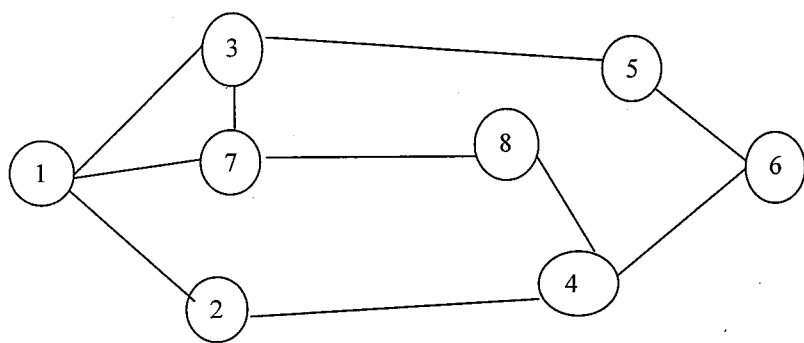
試論證：在以上的條件上，若 A 科參加會議，則 C 科一定也要參加。(5%)

(b) 漁夫 A, B, C, D 釣魚之後，把所釣的魚數進行比較，情況如下：

- (1) D 比 C 釣的多。(2) A 和 B 釣的總數等於 C 和 D 釣的總數。
(3) A 和 D 釣的總數小於 B 和 C 釣的總數。

請將漁夫 A, B, C, D 所釣的魚數按 a, b, c, d 之大小順序排列。(5%)

2. 試求 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 < 21$ 中非負整數解的個數有多少？其中 $x_1 \geq 1$ 。(10%)
3. 假設遞迴關係式當 $n > 1$ 時 $t_n - 3t_{n-1} - 4t_{n-2} = 0$ ，且 $t_1 = 1, t_0 = 0$ ，求 $t_n = ?$ (10%)
4. 利用數學歸納法，證明當 $n \geq 2$ 時， $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n+1} > \frac{n}{n+1}$ 。(10%)
5. 集合 A, B, C 滿足 $A \cup B = A \cup C$ 且 $A \cap B = A \cap C$ ，試證明 $B = C$ 。(10%)
6. 下圖(一)是否具有漢米爾頓環路 (Hamiltonian cycle)。為什麼？(10%)
7. 甲,乙兩人輪流投擲一公正之骰子，甲先乙後，若誰先投出點數為“2”者，即為獲勝者，且比賽亦停止，求甲獲勝之機率。(10%)
8. 求一最小自然數 x 使其滿足 $x \equiv 2 \pmod{7}$, $x \equiv 4 \pmod{11}$ ，且 $x \equiv 8 \pmod{13}$ 。(10%)
9. 設 $S = \{5, 6, 7, 8, \dots, 100\}$ 從 S 中至少選多少個數字，其中必有兩個數字加起來等於 109。(10%)
10. 舉一個例子，利用 Dijkstra's 最短路徑演算法，說明起點到各點的最短距離及路徑。(10%)



圖(一)